

$$\forall n \in \mathbb{N} : 5 \mid n^5 - n$$

$$n = 1: 0$$

$$n^5 - n \dots 1 - 1 = 0 \quad 5 \mid 0 \quad \checkmark$$

← indukční předpoklad

indukční krok:

$$\begin{aligned} (n+1)^5 - (n+1) &= n^5 + 5n^4 + 10n^3 + 10n^2 + 5n + 1 - n - 1 = \\ &= 5 \cdot (n^4 + 2n^3 + 2n^2 + n) + n^5 - n \end{aligned}$$

Z indukčního předpokladu víme, že $n^5 - n$ je dělitelné 5, a jelikož jsem mohl ze zbývajících čísel vytknout "5" vyplývá, že $5 \mid (n+1)^5 - (n+1)$

Tím jsem splnil indukční krok a vyplývá, že to že výrok platí pro n implikuje, že platí i pro $n+1$