

Dokažte $\forall n \in \mathbb{N} : 5 \mid n^2 - n$

Pro $n=1$

$$n^2 - n = 1 - 1 = 0$$

platí

Pro $n=m+1$

$$(m+1)^5 - (m+1) = m^5 + 5m^4 + 10m^3 + 10m^2 + 5m + 1 - m - 1 =$$

$$= m^5 - m + 5m^4 + 10m^3 + 10m^2 + 5m =$$

$$= \underbrace{m^5 - m}_{\text{předpoklad}} + \underbrace{5(m^4 + 2m^3 + 2m^2 + m)}_{\text{je dělitelné pěti}}$$

~~Pro~~ Součet dvou čísel dělitelných pěti je také dělitelný pěti. Vztah platí: pro $m+1$, věta je dokázána.