

Dělitelnost1) Dokážeme pro $n=1$

$$\frac{1^5 - 1}{5} = 0 \rightarrow \text{je dělitelné } 5$$

2) Dosadíme $n+1$

$$\begin{aligned}(n+1)^5 - (n+1) &= n^5 + 5n^4 + 10n^3 + 10n^2 + 5n + 1 - n - 1 = \\&= n^5 + 5n^4 + 10n^3 + 10n^2 + 5n - n = \\&= \underline{n^5 - n} + 5(n^4 + 2n^3 + 2n^2 + n) \\&\quad \rightarrow \text{z indukčního předpokladu} \\&\quad \quad \quad \rightarrow \text{je dělitelné } 5 \\&\quad \quad \quad (\text{je dělitelné } 5)\end{aligned}$$

$$\rightarrow \underline{5 | n^5 - n} \quad \underline{15 | 5(n^4 + 2n^3 + 2n^2 + n)}$$

$$\rightarrow \text{platí, že } 5 | n^5 - n$$